

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
D. S. Gutz / Д.С. Гутц /
«10» марта 2023 г.

ПРОГРАММА
кандидатского экзамена по научной специальности
**1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел
и дискретная математика**

Красноярск 2023

ПРОГРАММА-МИНИМУМ
кандидатского экзамена по специальности
**1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика**

Часть 1. Математическая логика и теория алгоритмов.

1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества.
2. Тезис Чёрча. Универсальные вычислимые функции.
3. Существование перечислимого неразрешимого множества.
4. Алгоритмические проблемы. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства.
5. Классы Р и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема об NP-полноте задачи выполнимость.
6. Логика высказываний. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость.
7. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме.
8. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции.
9. Теорема Мальцева о компактности.

Часть 2. Алгебра.

10. Теоремы Силова.
11. Простота группы A_n , $n > 4$ и SO_3 .
12. Теорема о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом и ее следствия для групп и линейных операторов.
13. Свободные группы и определяющие соотношения.
14. Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе.
15. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа.
16. Конечные поля, их под поля и автоморфизмы.
17. Радикал кольца. Структурная теорема о полупростых кольцах с условием минимальности.
18. Теорема Фробениуса.
19. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.
20. Алгебры Ли. Простые и разрешимые алгебры.
21. Теорема Ли о разрешимых алгебрах.

22. Теорема Биркгофа-Витта.
23. Основы теории представлений. Теорема Машке. Одномерные представления. Соотношения ортогональности.

Часть 3. Теория чисел.

24. Квадратичный закон взаимности. Первообразные корни и индексы.
25. Неравенства Чебышева для функции $\pi(x)$.
26. Дзета-функция Римана.
27. Асимптотический закон распределения простых чисел.
28. Характеры и L-функции. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.
29. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений.
30. Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами.
31. Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями.
32. Примеры трансцендентных чисел. Трансцендентность чисел e и π .

Часть 4. Дискретная математика

33. Формула включений-исключений и ее применения в доказательстве мультиплективности функций Эйлера и в решении задачи о беспорядках. Функция Ф. Холла – Эйлера на группах.
34. Основная теорема перечислительной теории Пойя и ее приложения.
35. Гипотеза Ловача о гамильтоновости графов Кэли. Раскрашивание графов. Хроматические многочлены.

Основная литература:

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. 4-е изд. Спб.: Лань, 2005.
3. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. 2-е изд. М.: Наука, 1986.
4. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. 3-е изд. М.: Наука, 1984.

5. Новиков П.С. Элементы математической логики. 2-е изд. М.: Наука, 1973.
6. Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. М.: Наука, 1980.
7. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч. 3. Основные структуры алгебры. М.: Физматлит, 2000.
9. Винберг Э.Б. М. Курс алгебры. М.: Факториал Пресс, 2001.
10. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
11. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970.
12. Лэнг С. Алгебра. М.: Мир, 1968.
13. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М.: Мир, 1964.
14. Боревич З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел. М.: Наука, 1985.
15. Виноградов И.М. Основы теории чисел. Спб.: Лань, 2006.
16. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. М.: Издательство МГУ, 1995.
17. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. М.: Наука, 1983.
18. Кейперс Л., Нидеррейтер Г. Равномерное распределение последовательностей. М.: Наука, 1985.
19. Коробов Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. М.: Наука, 1989.
20. Серр Ж.П. Курс арифметики. М.: Мир, 1972.
21. Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел. М.: Мир, 1974.
22. Нефедов В.Н. , Осипова В.А., Курс дискретной математики, М.: Изд МАИ, 1992.
24. Уилсон Р., Введение в теорию графов, М.: Мир, 1977

Дополнительная литература:

1. Бахтурин Ю.А. Основные структуры алгебры. М.: Наука, 1990.
2. Бахтурин Ю.А. Тождества в алгебрах Ли. М.: Наука, 1985.
3. Бахтурин Ю.А., Ольшанский А.Ю. Тождества. В книге Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Т. 18. М.: ВИНИТИ, 1988. с. 117- 240.
4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. Спб.: Лань, 2009.
5. Кон П. Универсальная алгебра. М.: Мир ,1968 г.

6. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. М.: Наука, 1962.
7. Курош А.Г. Теория групп. – 3-е изд. М.: Наука, 1967.
8. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М. Наука, 1970.
9. Нейман Х. Многообразия групп. М.: Мир, 1969.
10. Ольшанский А.Ю. Геометрия определяющих соотношений в группах. М.: Наука, 1989.
11. Пирс Р. Ассоциативные алгебры. М. Мир. 1986 г.
12. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983 г.
13. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. М.: Мир, 1974, ч.1, 1977, ч.2.
14. Херстейн И. Некоммутативные кольца. М. Мир, 1972.
15. Холл М. Теория групп. М.: ИЛ, 1962.
16. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. М.: Наука, 1989.

Разработчик

Заведующий кафедрой алгебры
и математической логики,
д. ф.-м. наук, профессор



Левчук В.М.