Министерство науки и высшего образования
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Директор Института
математики и фундаментальной информатики
_____ О.Н. Черепанова
29 сентября 2022 г.
Институт математики
и фундаментальной информатики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Группы и алгебры с условиями конечности

Группа научных специальностей	1.1 Математика и механика
Научная специальность	1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Красноярск 2022

1. Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью преподавания дисциплины является ознакомление аспирантов с основными разделами теории групп и алгебр с условиями конечности.

1.2 Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен приобрести знания, умения и навыки, необходимые для его профессиональной деятельности в качестве исследователя и преподавателя по специальности «Математика».

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Обучающийся должен:

Знать: основные понятия теории групп и алгебр с условиями конечности.

Уметь: преподнести на примерах развитие основных понятий понятия теории групп и алгебр с условиями конечности.

Владеть: навыками, использования в научных исследованиях и преподавании специальную литературу, справочники, математические энциклопедии.

1.4 Место дисциплины в структуре образовательной программы:

При изучении данной дисциплины необходимо знать основные разделы алгебры, которые читаются бакалаврам и магистрантам.

1.5 Особенности реализации программы:

Дисциплина реализуется на русском языке.

Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего зачетных единиц (часов)	3 семестр
Общая трудоемкость дисциплины	**2 (72)**	**2 (72)**
Аудиторные занятия:	**12**	**12**
Лекции	12	12
практические занятия (ПЗ)		
семинарские занятия (СЗ)	-	-
лабораторные работы (ЛР)	-	-
другие виды аудиторных занятий	-	-
промежуточный контроль	-	-
Самостоятельная работа:	60	60
изучение теоретического курса (ТО)		
курсовой проект (работа)	-	-
расчетно-графические задания (РГЗ)	-	-
Реферат		
Задачи		
другие виды самостоятельной работы	-	-
Вид итогового контроля – зачет, экзамен	**зачет**	**зачет**

2 Содержание дисциплины

2.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах	
			всего	в том числе в инновационной форме
1.	1	Теорема Пуанкаре о пересечении подгрупп конечного индекса. Лемма Неймана о существовании подгруппы конечного индекса. Группы с конечными классами сопряженных элементов. Определение *FC*-радикала. Определение *FC*-группы. Группы без кручения. Теорема Шура об *FC*-группах без кручения. Локально нормальные группы. Строение *FC*-групп.	1	
2.	1	Теорема Шмидта о локальной конечности расширения локально конечной группы. Нильпотентные группы. Нильпотентность конечных p-групп. Нормализаторное условие.	1	
3.	1	Подгруппа Фраттини. Свойства подгруппы Фраттини. Теорема о строении конечной p-группы с единственной подгруппой порядка p. Теорема Силова о максимальных p-подгруппах..	1	
4.	1	Свойства *2*-групп. Определение инволюции. Группы порожденные двумя инволюциями — группы диэдра. Строение групп диэдра в конечном, четном и нечетном случаях, в бесконечном случае. Свойства конечных и бесконечных групп диэдра.	1	
5.	1	Группа кватернионов. Обобщенная группа кватернионов. Классы сопряженных элементов в группах кватернионов.	1	
6.	1	Нормализаторное условие в *2*-группах. Теорема Шункова о 2-группах с единственной инволюцией. Нильпотентные и разрешимые группы. Нижний и верхний	1	

		центральные ряды. Нормализаторное условие в нильпотентных группах. *p*-ранг произвольной группы.		
7.	1	Конечные группы Фробениуса. Исторические сведения. Теорема Фробениуса. Пара Фробениуса. Простейшие примеры групп Фробениуса: симметрическая группа 3-й степени; знакопеременная группа 4-й степени; полупрямое произведение абелевой группы нечетного порядка и циклической группы 2-го порядка.Дополнительный (неинвариантный) множитель Фробениуса, инвариантный множитель Фробениуса. Другая терминология для групп Фробениуса: дополнение, нормальное или инвариантное дополнение, ядро. Доказательство теоремы Фробениуса в отдельных случаях. Теорема Жордана — частный случай теоремы Фробениуса.	1	
8.	1	Теорема Бернсайда — теорема Фробениуса для неинвариантного множителя, содержащего инволюцию. Частный случай теоремы Грина. Теорема Бернсайда о подгруппах дополнения группы Фробениуса. Теорема Цассенхауза о дополнительном множителе. Нильпотентность ядра конечной группы Фробениуса (теорема Томпсона). Ограниченность ступени нильпотентности некоторой функцией от минимального простого делителя порядка неинвариантного множителя (теорема Хигмана). Свойства конечных групп Фробениуса.	1	
9.	1	Определение квазициклической группы. Пример квазициклической группы. Свойства квазициклической группы: отсутствие подгрупп конечного индекса, конечность всех собственных подгрупп, невыполнимость условия максимальности, выполнимость условия минимальности, локальная цикличность, полнота.	1	

10.	1	Полные абелевы группы. Теорема о выделении полной собственной подгруппы прямым сомножителем. Сплетение. Пример сплетения квазициклической группы при помощи циклической группы простого порядка.	1	
11.	1	Определение черниковской группы. Полная часть черниковской группы. Определение *p*-полной части группы. Свойства черниковских групп: строение полной части, сопряженность силовских примарных подгрупп, выполнимость условия минимальности. Выполнимость нормализаторного условия в примарной черниковской группе.	1	
12.	1	Теорема Каргаполова о существовании бесконечной абелевой подгруппы. Теорема Мерзлякова о группах автоморфизмов прямых произведений квазициклических групп (без доказательства). Теорема Блекберна о локально конечных примарных группах. Теорема Шункова о локально конечной группе с условием минимальности для подгрупп.	1	

2.2 Занятия семинарского типа

Учебным планом не предусмотрены.

3.3 Лабораторные занятия

Учебным планом не предусмотрены.

3.4 Самостоятельная работа

Представление рефератов по темам лекций.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающегося по дисциплине.

Основная литература.

1. Белоногов, В.А. Задачник по теории групп. / В.А. Белоногов М.: Наука, 2000.

2. Горчаков, Ю.М. Теория групп / Ю.М. Горчаков. Учебное пособие. Тверь, 2002. 112 с.

3. Каргаполов, М.И. Основы теории групп / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. М.: Наука, 1996.

4. Курош, А.Г. Теория групп / А.Г. Курош. М.: Наука, 2003.

5. Левчук, В.М. Алгебры и группы Шевалле и ассоциированные системы корней: учебное пособие / В.М. Левчук. Краснояр. гос. ун-т, 2006. – 38 с.

6. Попов, А.М. Группы с системами фробениусовых подгрупп // А.М. Попов, А.И. Созутов, В.П. Шунков. Красноярск: Изд-во КГТУ. 2004.

7. Сенашов, В.И. Группы с условиями конечности / В.И. Сенашов, В.П. Шунков. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001. 336 с.

8. Сенашов, В.И. Группы с условиями конечности / В.И. Сенашов, А.И. Созутов, В.П. Шунков // Успехи матем. наук. – 2005. – Т.69, № 5 (365). – С. 1–46.

Дополнительная литература.

1. Адян, С.И. Проблема Бернсайда и тождества в группах / С.И. Адян. М.: Наука, 1975.
2. Богопольский, О.В. Введение в теорию групп. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
3. Беляев, В.В. Группы с почти регулярной инволюцией / В.В.Беляев // Алгебра и логика. – 1987. – Т.26, №5. – С. 531–536.
4. Блудов, В.В. О группах Фробениуса / В.В. Блудов // Сиб. мат. журн. – 1997. – Т.38. № 6. – С. 1219–1221.

5. Голод, Е.С. О ниль-алгебрах и финитно аппроксимируемых *p*-группах / Е.С. Голод // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1964. – Т. 28. №1. – С. 273–276.
6. Голод, Е.С. О некоторых проблемах бернсайдовского типа / Е.С. Голод // Труды международного конгресса математиков. – М.: Мир, 1968. – С. 284–289.
7. Горчаков, Ю.М. О бесконечных группах Фробениуса / Ю.М. Горчаков // Алгебра и логика. – 1965. – Т. 4. №1. – С. 118–125.
8. Григорчук, Р.И. К проблеме Бернсайда о периодических группах / Р.И. Григорчук // Функц. анализ и его приложения. – 1980. – Т. 14. №1. – С. 53–54.
9. Левчук, В.М. Параболические подгруппы некоторых АВА-групп / В.М. Левчук // Мат. заметки. – 1982. – Т. 31. №4. – С. 509–529.
10. Мазуров, В.Д. О бесконечных группах с абелевыми централизаторами инволюций / В.Д. Мазуров // Алгебра и логика. – 2000. – Т.39, № 1. – С. 74–86.
11. Ольшанский А.Ю. Бесконечная группа с подгруппами простых порядков / А.Ю. Ольшанский // Изв. АН СССР. Сер. матем. – 1980. – Т.44, № 2. – С. 309–321.
12. Ольшанский А.Ю. Группы ограниченного периода с подгруппами простых порядков / А.Ю. Ольшанский // Алгебра и логика. 1982. – Т.21, № 5. – С. 553–618.
13. Ольшанский, А.Ю. Геометрия определяющих соотношений в группах / А.Ю. Ольшанский. М.: Наука, 1989.
14. Остыловский, А.Н. О бипримитивно конечных группах с условием минимальности для *p*-подгрупп / А.Н. Остыловский, Шунков В.П. // Алгебра и логика. – 1975. – Т.14, №1. – С. 61–78.
15. Остыловский, А.Н. Локальная конечность некоторых групп с условием минимальности для абелевых подгрупп /А.Н. Остыловский // Алгебра и логика. – 1977. – Т.16. № 1. – С. 63–73.

16. Рожков, А.В. Условия конечности в группах автоморфизмов деревьев / А.В. Рожков // Алгебра и логика. – 1998. – Т. 37. №5. – С. 568–605.
17. Сенашов, В.И. Слойно конечные группы / В.И. Сенашов. Новосибирск: Наука, 1993.
18. Созутов, А.И. Об одном обобщении теоремы Фробениуса на бесконечные группы / А.И. Созутов, Шунков В.П.// Мат. сб. – 1976. – Т.100, №4. – С. 495–506.
19. Созутов А.И. О группах с фробениусовыми парами сопряженных элементов /А.И. Созутов // Алгебра и логика. – 1977. – Т.16, № 2. – С. 204–212.
20. Созутов, А.И. О строении неинвариантного множителя в некоторыхгруппах Фробениуса / А.И. Созутов // Сиб. мат. журн. – 1994. – Т.35, № 4. – С. 893–901.
21. Созутов, А.И. О группах с конечной инволюцией и локально конечной 2-изолированной подгруппой четного периода / А.И. Созутов // Мат. заметки. – 2001. – Т.69. Вып. 6. – С. 912–918.
22. Созутов, А.И. Строение квазислойно-конечных групп / А.И. Созутов, С.И. Шахова // Мат. заметки. – 2002. – Т.72, вып. 1. – С. 118–130.
23. Созутов, А.И. О группах с элементарными абелевыми централизаторами инволюций /А.И. Созутов, А.С. Крюковский // Алгебра и логика. – 2007. – Т.46, №1. – С. 118–130.
24. Старостин, А.И. О группах Фробениуса / А.И. Старостин // Укр. мат. журн. – 1971. – Т.23, № 5. – С. 629–639.
25. Стейнберг, Р. Лекции о группах Шевалле / Р. Стейнберг. М.: Мир, 1975.
26. Череп, А.А. О множестве элементов конечного порядка в бипримитивно конечной группе / А.А. Череп // Алгебра и логика. – 1987. – Т. 26. №4. – С. 518–521.
27. Черников С.Н. Бесконечные слойно-конечные группы / С.Н. Черников // Мат. сб. – 1948, Т.22(64). – С. 101–133.
28. Черников, С.Н. Условия конечности в общей теории групп / С.Н. Черников // Успехи мат. наук. – 1959. – Т. 14. №5. – С. 45–96.

29. Черников, С.Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп / С.Н. Черников. М.: Наука, 1980.
30. Шевалле, К. О некоторых простых группах / К. Шевалле // Математика (период. сб. перев. ин. статей). – 1958. – №1. – С. 3–53.
31. Шунков В.П. К теории периодических групп / В.П. Шунков // ДАН СССР. 1967. – Т.175, № 6. – С. 1236–1237.
32. Шунков, В.П. О некотором обобщении теоремы Фробениуса на периодические группы / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1967. – Т. 6. №3. – С. 113–124.
33. Шунков, В.П. О проблеме минимальности для подгрупп в локально конечных группах / В.П. Шунков // ДАН СССР. – 1968. – Т.181, № 2. – С. 294–295.
34. Шунков, В.П. Локально конечные группы / В.П. Шунков // ДАН СССР. – 1968. – Т.181. № 4. – С. 1011–1012.
35. Шунков, В.П. О периодической группе с почти регулярными инволюциями / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1968. Т.7, №1. С. 113–121.
36. Шунков, В.П. О периодических группах с некоторыми условиями конечности / В.П. Шунков // ДАН СССР. – 1970. – Т.195, № 6. – С. 1290–1293.
37. Шунков, В.П. О проблеме минимальности для локально конечных групп / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1970. – Т. 9, № 2. – С. 220–248.
38. Шунков, В.П. О локально конечных группах с условием минимальности для абелевых подгрупп / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1970. – Т.9, №5. – С. 579–615.
39. Шунков, В.П. О периодических группах с почти регулярной инволюцией / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1972. – Т.11, №4. – С. 470–493.
40. Шунков, В.П. О бесконечнных централизаторах в группах / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1974. – Т.13, №1. – С. 224–226.

41. Шунков В.П. О достаточных признаках существования в группе бесконечных локально конечных подгрупп / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1976. – Т.15, № 6. – С. 716–737.
42. Шунков, В.П. О группах с условием минимальности для абелевых подгрупп / В.П. Шунков, Н.Г. Сучкова // Алгебра и логика. – 1986. – Т.25, №4. – С. 445–469.
43. Шунков, В.П. О парах Фробениуса вида ($F \lambda V,V$) / В.П. Шунков // Мат. сб. – 1989. – Т.180, № 10. – С. 1311–1324.
44. Шунков, В.П. M_p-группы / В.П. Шунков. М: Наука, 1990.
45. Шунков, В.П. О расположении элементов простых порядков в группах / В.П. Шунков // Алгебра и логика. – 1989. – Т.28, № 4. – С. 463–483.
46. Шунков, В.П. О вложении примарных элементов в группе / В.П. Шунков. Новосибирск: Наука, 1992.
47. Шунков, В.П. T_0-группы / В.П. Шунков. Новосибирск: Наука, 2000.
48. Шмидт, О.Ю. Локальная конечность одного класса бесконечных периодических групп / О.Ю. Шмидт // В сб. Избранные труды. Математика. М. 1959. С. 298–300.

Разработчик
д. ф.-м. наук, профессор Нужин Я.Н. _____

Программа принята на заседании кафедры алгебры и математической логики «29» сентября 2022 г., протокол № 1