Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

группа научных специальностей

1.1 Математика и механика

научная специальность
1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Красноярск 2023

1. Цели и задачи изучения дисциплины

1.1. Цель преподавания дисциплины.

Специальность «Дифференциальные уравнения и математическая физика» – область математики, посвященная изучению дифференциальных уравнений, в том числе уравнений математической физики. Основными составными частями курса являются обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными.

Цель преподавания дисциплины – изучение слушателями методов и получение навыков исследования разрешимости дифференциальных уравнений, описание качественных и количественных характеристик решений, приложения уравнений в частных производных.

1.2. Задачи изучения дисциплины.

Основными задачами изучения дисциплины являются развитие у слушателей:

- собственного видения прикладного аспекта в строгих математических формулировках;
- навыков определения общих форм, закономерностей, инструментальных средств для групп дисциплин;
- навыков владения методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук;
- способностей к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности;
- навыков самостоятельного построения целостной картины дисциплины;
- возможностей преподавания физико-математических дисциплин в высшей, средней школе и техникуме на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения.

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины аспирант должен

Знать	основные понятия, постановки задач, результаты и методы исследования дифференциальных уравнений и систем, а также других смежных областей математики
Уметь	самостоятельно выбирать эффективные методы решения поставленных задач и разрабатывать новые методы для получения новых научных и прикладных результатов

Владеть	навыками использования современных методов исследования, технологий, программных продуктов и информационных ресурсов при проведении научных исследований в области дифференциальных уравнений

1.4. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

В основу программы положены следующие дисциплины: Математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения математической физики, а также ряд отдельных вопросов функционального анализа и теории функциональных пространств.

Данная дисциплина служит основной для приобретения навыков, необходимых для сдачи кандидатского минимума по спец. дисциплине научной специальности.

1.5. Особенности реализации дисциплины.

Дисциплина реализуется на государственном языке Российской Федерации.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад. часов)	Семестр 6
Общая трудоемкость дисциплины	2 (72)	2 (72)
Контактная работа с преподавателем:	**1 (36)**	**1 (36)**
занятия лекционного типа	**1 (36)**	**1 (36)**
занятия семинарского типа		
в том числе: семинары практические занятия		
другие виды контактной работы		
в том числе: курсовое проектирование групповые консультации индивидуальные консультации иные виды внеаудиторной контактной работы		
Самостоятельная работа аспирантов:	**1 (36)**	**1 (36)**
изучение теоретического курса (ТО)	**1 (36)**	**1 (36)**
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	1 (36) зачет	1 (36) зачет

3. Содержание дисциплины (модуля)

3.1. Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий).

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад.час)	Самостоятельная работа, (акад.час),
1	2	3	5
	Раздел 1 **Обыкновенные дифференциальные уравнения**	**18**	**18**
1	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	2	2
2	Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.	2	2
3	Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).	2	2
4	Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.	1	1
5	Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.	1	1
6	Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.	1	1
7	Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.	2	2
8	Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.	2	2
9	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.	2	2

10	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.	2	2
11	Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.	1	1
	Раздел 2 **Уравнения с частными производными**	**18**	**18**
12	Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.	1	1
13	Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.	1	1
14	Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)	1	1
15	Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)	2	2
16	Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)	2	2
17	Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.	1	1
18	Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.	2	2

19	Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.	2	2
20	Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).	1	1
21	Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.	2	2
22	Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.	2	2
23	Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства	1	1

3.2. Занятия лекционного типа.

№ п/п	Тема	Кол-во часов
1	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	2
2	Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.	2
3	Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).	2
4	Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.	1
5	Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.	1
6	Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.	1
7	Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.	2
8	Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.	2
9	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с	2

	комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.	
10	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.	2
11	Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.	1
12	Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.	1
13	Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.	1
14	Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)	1
15	Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)	2
16	Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)	2
17	Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.	1
18	Пространства Соболева Wpm . Теоремы вложения, следы функций из Wpm на границе области.	2
19	Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.	2
20	Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).	1
21	Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.	2
22	Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.	2
23	Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства	1

3.3. Занятия семинарского типа учебным планом не предусмотрены.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа заключается в изучение теоретического курса и содержит самостоятельную проработку аспирантами тем и вопросов теоретического курса, а также изучение приведенной литературы по тематике дисциплины.

Самостоятельная работа по изучению теоретического курса выполняется по источникам, представленным в списке литературы. Контроль самостоятельной работы осуществляется на экзамене.

5. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Заключительная форма контроля – экзамен. На экзамене требуется выполнить работу, включающую в себя два теоретических вопроса и один дополнительный вопрос по основным понятиям и определениям.

На экзамен выносятся все темы, представленные в разделе 3.
Экзамен может проводиться в устной или письменной форме.

В экзаменационном билете один теоретический вопрос случайным образом выбирается из Раздела 1, второй из Раздела 2.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная литература

1. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 2006.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания).
3. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Изд-во иностр.лит., 2005.
4. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Физматлит, 2007.

Дополнительная литература

5. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2000.
6. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики / О.А. Ладыженская. - М.: Наука, 1973.
7. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.
8. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 2004.
9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2004 (и последующие издания).
10. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, 1963 (и последующие издания).
11. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2003.
12. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
13. Белов Ю.Я. Метод слабой аппроксимации / Ю.Я. Белов, С.А. Кантор//Красноярск: Краснояр. гос. ун-т, 1999. - 236 с.
14. Belov Yu.Ya. Inverse Problems for Partial Differential Equations / Yu.Ya. Belov // Utrecht: VSP, 2002. - 211 p.
15. Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Грегер, К. Захариас // М.:Мир, 1978.
16. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач: Учебн. Пособие / А.М. Денисов // М.: Изд-во МГУ, 1994. - 208 с.
17. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи / С.И. Кабанихин. - Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. - 457 с.
18. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ, 1996.

19. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г.Петровский. - М.: Наука, 1970.
20. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
21. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не является обязательным.

8. Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины (модуля)

Рекомендуется использовать учебно-методические материалы Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета: http://math.sfu-kras.ru/edu/res

9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

9.1. Перечень необходимого программного обеспечения.

Курс не требует обязательного использования специализированного программного обеспечения.

9.2. Перечень необходимых информационных справочных систем.

Информационно-справочные системы, предпочитаемые обучающимся

10. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Лекционные аудитории.