Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель председателя
Приемной комиссии,
проректор по учебной работе

_____М.В. Румянцев

ПРОГРАММА
вступительного испытания в аспирантуру
по направлению 01.06.01 Математика и механика
программа (профиль) 01.01.07 Вычислительная математика

Красноярск 2016

1. Перечень вопросов общей части.

1.1. Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.

1.2. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.

1.3. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Интеграл Лебега и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

1.4. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Персеваля.

1.5. Линейные интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Теоремы Фредгольма.

1.6. Линейные пространства и их подпространства. Базис. Размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

1.7. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.

1.8. Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

1.9. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.

1.10. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

1.11. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных n-го порядка с постоянными коэффициентами.

1.12. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, теплопроводности и уравнения Лапласа.

1.13. Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции. Простейшие многозначные функции.

1.14. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.

1.15. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.

1.16. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

1.17. Классическое определение вероятности. Аксиоматика А.Н.Колмогорова. Теоремы сложения, умножения вероятностей. Формула Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа.

2. Перечень вопросов специальной части.

2.1. Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности числа и функции. Потеря точности.

2.2. Численные методы линейной алгебры. Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод исключения Гаусса. LU-разложение. Методы вращений. квадратного корня. Обусловленность матриц и систем.

2.3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Теоремы сходимости. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя. Итерационные методы вариационного типа.

2.4. Вычисление максимального по модулю собственного числа. Метод вращений решения полной проблемы собственных значений для симметричной матрицы. LR-метод. QR-метод. Оценки собственных чисел.

2.5. Метод простой итерации, метод Ньютона вычисления корней нелинейных уравнений и систем.

2.6. Аппроксимация функций. Интерполирование. Выбор узлов интерполяции. Конечные и разделенные разности. Сплайн-интерполяция.

2.7. Наилучшее приближение в линейном нормированном и гильбертовом пространствах. Метод наименьших квадратов.

2.8. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Вычисление интегралов с заданной точностью. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности. Численное дифференцирование.

2.9. Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши. Методы Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса. Жесткие системы.

2.10. Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод стрельбы. Метод дифференциальной прогонки.

2.11. Методы коллокаций, Галеркина, конечных элементов.

2.12. Численные методы решения задач математической физики. Гиперболические уравнения. Разностные схемы для уравнения переноса. Схемы бегущего счета.

2.13. Параболические уравнения. Явные и неявные схемы. Гармонический анализ.

2.14. Общие вопросы теории разностных схем. Аппроксимация, аппроксимационная вязкость, устойчивость, сходимость. Теорема сходимости (эквивалентности).

2.15. Вариационно-разностные схемы. Консервативные схемы.

2.16. Аппроксимация и сходимость разностной схемы задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Итерационные методы.

2.17. Метод переменных направлений. Методы построения экономичных разностных схем для многомерных нестационарных задач. Схемы расщепления.

2.18. Численное решение интегральных и операторных уравнений. Метод последовательных приближений для уравнений второго рода. Метод регуляризации для уравнений первого рода.

2.19. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.

Список рекомендованных источников

1. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии / П С. Александров. - Сп-б.: Лань. 2008 г. ISBN 978-5-8114-0812-2.

2. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В. И. Арнольд. - Ижевск: УдмГУ, 2000 г.. -368 с.

3. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов. Н. П. Жидков. Б. М. Кобельков. - М.: Бином. Лаборатория знаний. 2011 г.

4. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. - М.: Лань, 2010 г.

5. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. - Сп.-б.: БХВ-Петербург. 2011 г. - 592 с.

6. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров. С. В. Фомин. - М: Юрайт. 2012 г.

7. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л. Д. Кудрявцев - М.: Дрофа, 2003. -704 с.

8. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. - М.: Физматкнига, 2007 г. - 432 с.

9. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. - М.: Лань, 2009 г., - 480 с.

10. Маркушевич А. И. Теория аналитических функций. В 2. т. / А. И. Маркушевич. - М: Лань, 2009.

11. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук - М.: Лань. 2009 г.

12. Никольский С. М. Курс математического анализа. / С. М. Никольский. - М.: Физматлит. 2001.

13. Петровский И. Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям / - М.: Физматлит, 2009 г., - 208 с.

14. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. - М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001 г., - 400 с.

15. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. - М: Лань, 2009 г., - 432 с.

16. Рашевский П. К. Курс дифференциальной геометрии / П. К. Рашевский. - М.: ЛКИ, 2008 г.

17. Самарский А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин. - М: Научный мир, 2003 г.

18. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложение / В. Феллер. - М: Либроком, 2010 г.

Составитель программы:
В. Е. Распопов, канд. физ.-мат. наук, профессор.

Программа соответствует паспорту номенклатуры специальностей научных работников.