

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя
Приемной комиссии,
ректор по учебной работе



М.В. Румянцев

ПРОГРАММА
вступительного испытания в аспирантуру
по направлению 01.06.01 Математика и механика
программа (профиль) 01.01.09 Дискретная математика и
математическая кибернетика

Красноярск 2017

Перечень вопросов по темам:

1. Математическое программирование.

1.1. Теоремы о достижении нижней грани функции (функционала) на множестве (в E^N , в метрических пространствах, в гильбертовых пространствах).

1.2. Выпуклые множества, выпуклые функции, сильно выпуклые функции, их свойства.

1.3. Критерии оптимальности в гладких выпуклых задачах минимизации (в форме вариационного неравенства $\langle f'(x^*), x - x^* \rangle \geq 0 \quad \forall x \in X$). Правило множителей Лагранжа.

1.4. Теорема Куна-Таккера, двойственная задача, ее свойства.

1.5. Метод проекции градиента (в E^N , в гильбертовом пространстве).

1.6. Метод Ньютона.

1.7. Метод покоординатного спуска.

2. Исследование операций, теория игр.

2.1. Антагонистические игры. Матричные игры, теорема о минимаксе.

2.2. Выпукло-вогнутые антагонистические игры. Теорема существования седловой точки.

2.3. Бескоалиционные игры n лиц. Равновесие по Нэшу.

2.4. Принцип гарантированного результата. Минимаксные задачи.

2.5. Многокритериальная оптимизация. Оптимальность по Парето. Лексикографический подход.

2.6. Кооперативные игры (с-ядро, вектор Шепли).

3. Оптимальное управление.

3.1. Постановка задач оптимального управления, их классификация.

3.2. Принцип максимума Понтрягина. Краевая задача принципа максимума.

3.3. Линейная задача быстрого действия, ее свойства (существование решения, число переключений).

3.4. Принцип максимума и вариационное исчисление.

4. Дискретная оптимизация.

4.1. Целочисленное линейное программирование (метод Гомори, свойства унимодулярности матрицы ограничений).

4.2. Метод ветвей и границ (на примере задач целочисленного или булева линейного программирования).

5. Теория функциональных систем.

5.1. Проблема полноты. Теорема о полноте систем функций двузначной логики P_2 .

5.2. Алгоритм распознавания полноты систем функций k -значной логики P_k .

5.3. Теорема Слупецкого.

5.4. Особенности k -значных логик.

5.5. Вычислимые функции.

6. Комбинаторный анализ и теория графов

- 6.1. Основные комбинаторные числа.
- 6.2. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел.
- 6.3. Графы и сети. Оценки числа графов и сетей различных типов.

7. Теория кодирования

- 7.1. Алфавитное кодирование. Критерии однозначности декодирования.
- 7.2. Неравенство Крафта—Макмиллана. Оптимальное кодирование.
- 7.3. Построение кодов с минимальной избыточностью.
- 7.4. Самокорректирующиеся коды. Граница упаковки.

8. Управляющие системы.

- 8.1. Понятие управляющей системы.
- 8.2. Основные модельные классы управляющих систем: дизъюнктивные нормальные формы, формулы, контактные схемы, схемы из функциональных элементов, автоматы, машины Тьюринга, операторные алгоритмы.
- 8.3. Основные проблемы теории управляющих систем.

9. Дизъюнктивные нормальные формы

- 9.1. Проблема минимизации булевых функций.
- 9.2. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ).
- 9.3. Постановка задачи в геометрической форме.

10. Синтез и сложность управляющих систем

- 10.1. Асимптотически оптимальный метод синтеза схем из функциональных элементов.
- 10.2. Асимптотически оптимальный метод синтеза контактных схем.
- 10.3. Инвариантные классы и их свойства.
- 10.4. Синтез схем для функций из некоторых инвариантных классов.

11. Надежность и контроль функционирования управляющих систем

- 11.1. Построение надежных контактных схем из ненадежных контактов.
- 11.2. Логический подход к контролю исправности и диагностике неисправностей управляющих систем. Тесты.

12. Математическая экономика

- 12.1. Линейные задачи оптимального распределения ресурсов.
- 12.2. Экономическая интерпретация двойственности в задачах линейного программирования.
- 12.3. Оценка стоимости опциона. Теорема Нэша.
- 12.4. Конкурентное равновесие. Сведение вопроса о существовании конкурентного равновесия к решению задачи дополненности. Замкнутость отображений спроса и предложения. Теорема Эрроу—Дебре.

12.5. Неподвижные точки. Теоремы Брауэра и Какутани. Оптимальность по Парето конкурентного равновесия (первая теорема теории благосостояния).

Список основных рекомендованных источников

1. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. - М.: Высш. школа, 2001.
2. Кудрявцев В. В., Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. - М.: Наука, 1985.
3. Мальцев А. И. Алгоритмы и вычислимые функции. - М.: Наука, 1986.
4. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
5. Кибернетический сборник. 1960—1990. Вып. 1—9; вып. 1—28 (новая серия). - М.: Мир.
6. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Т. 1. / Под общ. ред. С. В. Яблонского и О. Б.
7. Лупанова. М.: Наука, 1974.
8. Нигматуллин Р. Г. Сложность булевых функций. - М.: Наука, 1991.
9. Проблемы кибернетики. 1959—1984. Вып. 1—41. - М.: Наука.
10. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. - М.: Наука, 1990.
11. Труды Математического института им. В. А. Стеклова. Т. 51. - М.: Изд-во АН СССР, 1958.
12. Математические вопросы кибернетики. 1988—2001. Вып. 1—10. - М.: Наука.
13. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. - М.: Наука, 1969.
14. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. - М.: Наука, 1986.
15. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. - М.: Факториал, 2002.
16. Карманов В. Г. Математическое программирование. - М.: Наука, 2000.
17. Понтрягин Л. Избранные научные труды. т. 2. - М.: Наука, 1988.
18. Тихомиров В. М., Фомин С. В., Алексеев В. М. Оптимальное управление. - М.: Наука, 1979.
19. Краснощекое П. С., Петров А. А. Принципы построения моделей. - М.: Фазис, 2002.
20. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. - М.: Наука, 1981.
21. Морозов В. В. Основы теории игр. - М.: Изд-во МГУ, 2002.
22. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. - М.: Наука, 198 .
23. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. - М.: Мир, 1972.
24. Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. - М.: Наука, 1984.
25. Экланд И. Элементы математической экономики. - М.: Мир, 1983.
26. Обен Ж.-П. Нелинейный анализ и его экономические приложения. - М.: Мир, 1988.
27. Маршалл А., Олкин И. Неравенства, теория мажоризации и ее приложения. - М.: Мир, 1983.

28. Мельников А.В. Стохастический анализ и расчет производных ценных бумаг. - М.: ТВП, 1997.

Список дополнительных рекомендованных источников.

1. МакВильмс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки. - М.: Связь, 1979.
2. Лупанов О. Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. - М.: Изд-во МГУ, 1984.
3. Сэведж Дж. Э. Сложность вычислений. - М.: Факториал, 1998.
4. Марков А. А. Введение в теорию кодирования. - М.: Наука, 1982.
5. Орлов В. А. Простое доказательство алгоритмической неразрешимости некоторых задач о полноте автоматных базисов. //Кибернетика. 1973. № 4. С. 109—113.
6. Редькин Н. П. Надежность и диагностика схем. - М.: Изд-во МГУ, 1992.
7. Соловьев Н. А. Тесты (теория, построение, применения). Новосибирск: Наука, 1978.
8. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. - М.: Наука, 1984.

Составитель программы:

К. В. Сафонов, д-р. физ-мат. наук, профессор.

Программа соответствует паспорту номенклатуры специальностей научных работников.