Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель председателя
Приемной комиссии,
проректор по учебной работе

______________ М.В. Румянцев

ПРОГРАММА
вступительного испытания в аспирантуру по направлению 01.06.01 Математика и механика программа (профиль) 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Красноярск 2017

1. Перечень вопросов общей части.

1.1. Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.

1.2. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.

1.3. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Теорема Д.Ф.Егорова. Интеграл Лебега и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

1.4. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.

1.5. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.

1.6. Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронеккера-Капелли.

1.7. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.

1.8. Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

1.9. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.

1.10. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

1.11. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

1.12. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, теплопроводности и уравнения Лапласа.

1.13. Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции. Простейшие многозначные функции.

1.14. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.

1.15. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.

1.16. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

1.17. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

1.18. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

2. Перечень вопросов специальной части.

2.1. Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

2.2. Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману.

2.3. Тригонометрические ряды Фурье, их сходимость.

2.4. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стилтьеса.

2.5. Абсолютно непрерывные функции и их связь с интегралом Лебега.

2.6. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана-Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном отображении).

2.7. Компактные (вполне непрерывные) самосопряженные операторы. Теорема Гильберта.

2.8. Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2. Теорема Планшереля.

2.9. Принцип максимума модуля для аналитических функций.

2.10. Теорема Лиувилля.

2.11. Принцип аргумента. Теорема Руше.

2.12. Принцип симметрии Римана-Шварца.

2.13. Теорема единственности для аналитических функций.

2.14. Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля.

2.15. Дифференцируемые многообразия, их ориентируемость.

2.16. Разбиение единицы.

2.17. Дифференциальные формы и операции над ними.

2.18. Интегрирование дифференциальных форм, формула Стокса.

2.19. Комплекс де Рама, его когомологии, лемма Пуанкаре.

2.20. Элементарные свойства голоморфных функций многих комплексных переменных.

2.21. Кратные степенные ряды, сопряженные радиусы сходимости. Ряды Гартогса.

2.22. Фундаментальная теорема Гартогса.

2.23. Голоморфные отображения, принцип максимума модуля и лемма Шварца для них.

2.24. Биголоморфные отображения, автоморфизмы шара и поликруга, пример Фату.

2.25. Интегральные представления Бохнера-Мартинелли и Коши-Фантаппье.

2.26. Формула Бергмана-Вейля.

Список рекомендованных источников по общей части

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии - М.: Наука, 1985.
2. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения - Ижевск РХД, 2000.
3. Владимиров В. С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики - М.: Физматлит, 2003.
4. Колмогоров А. Н., Фомин СВ. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
5. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. - М: Высшая школа, 1985.
6. Курош А. Г. Курс высшей алгебры - М: Лань, 2007.
7. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры - М: Лань, 2009.
8. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М: Наука, 1978.
9. Никольский С. М. Курс математического анализа. В 2 т. - М.: Физматлит, 2001.
10. Петровский И. Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям - М.: Наука, 1984.
11. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными - М.: Наука, 1970.
12. Понтрягин Л. С Обыкновенные дифференциальные уравнения - М.: Наука, 1974.
13. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного - М.: Лань, 2009.
14. Рашевский П. К. Дифференциальная геометрия - М.: URSS, 2008.
15. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. - М.; Мир, 1984.
16. Боровков А.А. Математическая статистика - М.: Физматлит. 2007.

Список рекомендованных источников по специальной части

1. Колмогоров А.Н., Фомин СВ. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
2. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М.: Наука, 1978.
3. Айзенберг Л.А., Южаков А.П. Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе - Новосибирск: Наука, 1979.
4. Ботт Р., Ту Л. Дифференциальные формы в алгебраической топологии - М.: Наука, 1989.
5. Нарасимхан Р. Анализ на действительных и комплексных многообразиях - М.: Мир, 1997.
6. Де Рам Ж. Дифференцируемые многообразия - М.: URSS, 2006.
7. Антипова И.А., Бушуева Н.А., Знаменская О.В., Цих А.К. Кратное интегрирование. Гомологии и когомологии - УМКД, СФУ, Красноярск. 2007.
8. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Т. 1,2 - М.: Физматлит,

2001.
9. Кытманов А.М. Интеграл Бохнера - Мартинелли и его применения - Новосибирск: Наука, 1992.

Составители программы:
Е. К. Лейнартас, д-р. физ.-мат. наук, профессор,
А. А. Шлапунов , д-р. физ.-мат. наук, профессор.

Программа соответствует паспорту номенклатуры специальностей научных работников.